Clasa a VIII-a

GM 3/2016

E: 17987. Determinați numerele iraționale r pentru care numerele $p=r^2-2r-3$ și $q=r^3-5r-6$ sunt raționale.

Luciana Dragomir, Oțelul Roșu

Soluție Avem 1) $pr=r^3-2r^2-3r$ și $r^3=q+5r+6$ (2)

înlocuind pe r^3 din (2) în (1) obținem:

$pr=q+5r+6-2r^2-3r \Rightarrow p+2r+6-2(p+2r+3)=pr$ (2p)

$\Leftrightarrow 2p-q+r(p+2)=0+r\cdot 0 \Leftrightarrow 2p-q=0$ și $p+2=0$ (3p)

$\Rightarrow p=-2$ și $q=-4$

Acasă $r^2-2r-3=-2$ și $r^3-5r-6=-4$

Rezolvând prima ecuație obținem: $r=1\pm\sqrt{2}$ (1p)

Aceste soluții verifică ecuația a doua și deci mulțimea soluțiilor este $\{1\pm\sqrt{2}\}$ (1p)

Total 7 puncte

$\frac{\mathbb{R}}{2K}$